

周波数領域法による実働荷重下の疲労寿命評価[†]

伊藤 章 人* 西村 尚 哉** 服部 敏 雄**
竹田 憲 生*** 北 泰 樹****

Fatigue Life Evaluation under Service Loading by Frequency Domain Method

by

Akito ITO*, Naoya NISHIMURA**, Toshio HATTORI**, Norio TAKEDA*** and Yasuki KITA****

In design of a structure in consideration of the fatigue life, it is very important to evaluate not only a fatigue life under the constant loading but also a fatigue life under the service loading. Generally, a fatigue life prediction by the rainflow method is used when a service loading condition is given as a wave form (we call this as time domain information). However, recently we sometimes experienced that the service loading condition is given only as the frequency domain information such as power spectrum density (PSD) of dynamic load.

In this paper, firstly we present the investigated results of the fatigue life estimation by using service loading with frequency domain information. Then fatigue tests are also carried out by using the round bar specimens under several service loading conditions. Finally, these fatigue lives estimated by using frequency domain information are compared with the estimated results by using time domain information. We can confirmed that These both estimated results coincided well with the experimental results, and this fatigue life estimation method using frequency domain information is effective in the standardized fatigue life evaluation of structures.

Key words: Service loads, Fatigue life, Time domain information, Frequency domain information, Dirlik's method

1 緒 言

疲労寿命設計を行う際、一定荷重下での疲労寿命だけでなく実働荷重下の疲労寿命評価を行うことは重要である。実働負荷が時間軸波形で与えられる場合、レインフロー法による疲労寿命予測が一般的に用いられている。しかし近年、周波数領域のみの情報で入力負荷が与えられる場合が多く、例えばパワースペクトル密度 (PSD) から直接疲労損傷を評価することが求められている。^{1)~3)}

本研究ではレインフロー法との比較により周波数領域法を用いた疲労寿命評価の有効性、限界等を検証する。

2 周波数領域法を用いた疲労寿命予測法

2.1 疲労寿命予測の流れ

構造物に生じる実働負荷を求める場合、構造物に入力される負荷と構造物自体の周波数応答性に着目し、応答波形を周波数領域で表すことが多い。このように構造物に生じた実働波形を周波数領域の情報として、応答 PSD で表す。応答 PSD から疲労寿命を予測する手法は大きく2つに分けられる。1つ目は Fig. 1 の (a) のように時間領域の実働荷重を作成し計算する時間領域法である。この手法はレインフロー法など過去の研究により有効性が十分に検証されているが、このように周波数領域のデータを時間領域に変換しているのでは結局時間がかかり、設計現場にこれらを求めるのは実用的な観点から難しい。

一方もう1つの方法である Fig. 1 の (b) に示す周波数領域法は応答 PSD から直接疲労寿命を求めることが出来る点で便利である。しかしこの手法は経験式や近似式が用いられ有効性の検証が十分に行われていない場合が多い。本研究ではレインフロー法と周波数領域法の1つである Dirlik 法^{1), 2)}を比較することで周波数領域法の有効性を検証する。

2.2 Dirlik 法

周波数領域法を使用する場合、母集団である実働波形がどのような分布を示すか数学的に数値化する必要がある。そのような方法として確率的なモーメントで数値化を行う。今、構造物に生じた応答 PSD を $G(f)$ とすると、 n 次のモーメントは次の式で求められる。

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n G(f) df \quad (1)$$

n 次のモーメントは応答 PSD の時間軸波形の様々な特性を示す。例えば、時間軸波形において単位時間当たりの頂点の数を $E[P]$ 、平均値を上方向に交差する点の数を $E[0]$ とすると

$$E(P) = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (2) \quad E(0) = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3)$$

で表される。また、 $G(f)$ のバンド幅パラメータは

$$\alpha_n = \frac{m_n}{\sqrt{m_0 m_{2n}}} \quad (4)$$

[†] 原稿受理 平成 20 年 4 月 23 日 Received Apr. 23, 2008 ©2008 The Society of Materials Science, Japan

* 岐阜大学大学院工学研究科機械システム工学専攻 〒501-1193 岐阜市柳戸, Graduate Student, Dept. of Mech. and Systems Eng., Gifu Univ., Yanagido, Gifu, 501-1193

** 正 会 員 岐阜大学大工学部機械システム工学科 〒501-1193 岐阜市柳戸, Dept. of Mech. and Systems Eng., Gifu Univ., Yanagido, Gifu, 501-1193

*** 正 会 員 (株)日立製作所機械研究所 〒300-0013 ひたちなか市堀口, Mech. Eng. Res. Lab., Hitachi Ltd., Horiguchi, Hitachinaka, 300-0013

**** (株)日立製作所機械研究所 〒300-0013 ひたちなか市堀口, Mech. Eng. Res. Lab., Hitachi Ltd., Horiguchi, Hitachinaka, 300-0013

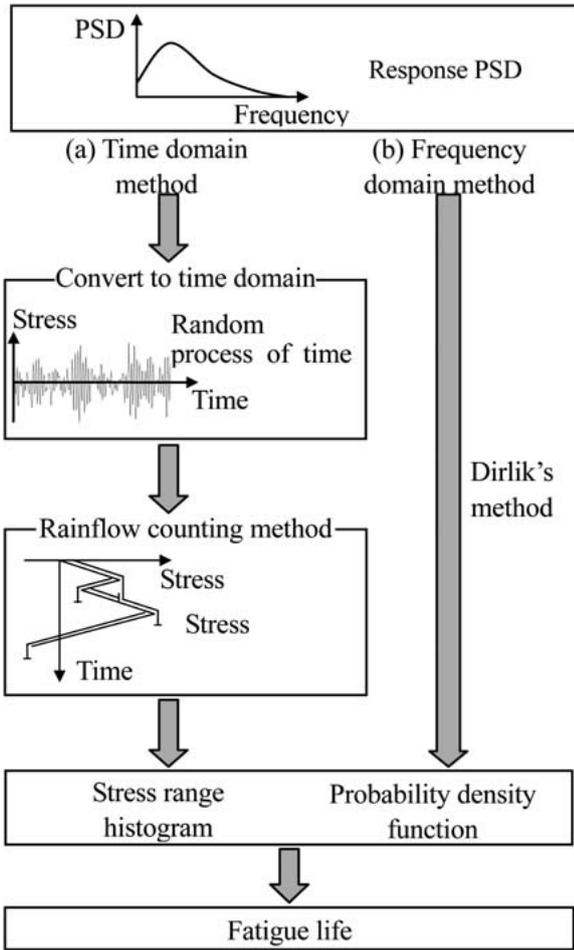


Fig. 1 Procedure of fatigue life estimation from PSD.

となる。これらを使って実働荷重中の応力レンジ s の発生確率を示す確率密度関数 $p(s)$ をもとめる。ここで応力レンジは波形の変動幅を表し、応力振幅の2倍である。 $p(s)$ は厳密にはこれらの情報から求められないが、Dirlik は近似的に次の式を提案している^{1), 2)}

$$p(s) = \frac{1}{\sqrt{m_0}} \left[\frac{D_1}{Q} e^{-\frac{Z}{Q}} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{-\frac{Z^2}{2R^2}} + D_3 Z e^{-\frac{Z^2}{2}} \right] \quad (5)$$

ここで

$$Z = \frac{s}{\sqrt{m_0}} \quad (6) \quad x_m = \frac{m_1}{m_0} \left(\frac{m_2}{m_4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$D_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1 + \alpha_2^2} \quad (8) \quad D_2 = \frac{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}{1 - R} \quad (9)$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2 \quad (10) \quad R = \frac{\alpha_2 - x_m - D_1^2}{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2} \quad (11)$$

$$Q = \frac{1.25(\alpha_2 - D_3 - D_2 R)}{D_1} \quad (12)$$

求めた確率密度関数から、修正マイナー則より単位時間当たりの損傷値 D を求めることで、構造物の最終的な疲労寿命 T を以下の如く予測することができる。

$$D = E(P) C^{-1} \int_0^\infty s^k p(s) ds \quad (13)$$

$$T = 1/D \quad (14)$$

ここで C 、 k は S-N 曲線 $s^k N = C$ の係数である。

3 周波数領域法の疲労寿命評価

3.1 応答 PSD

実働荷重下の疲労寿命評価を行うため、数値計算による構造物応答解析を行い、Fig. 2 に示すような応答 PSD を作成した。(a) の Type A は1つのピークを示す応答 PSD で狭帯域のスペクトル波形であるのに対し、(b) の Type B は2つのピークを示し、比較的広帯域のスペクトル波形である。これら2つの応答 PSD が構造物に生じたと仮定し、レインフロー法と Dirlik 法による疲労寿命評価を行う。

3.2 疲労寿命評価

Fig. 3 に Type A の応答 PSD から Dirlik 法、レインフロー法それぞれの手法で求めた確率密度関数の比較を示す。なおレインフロー法は応答 PSD を十分に長い時間領域波形に変換した後にレインフロー解析を行う必要がある。これらを比較したグラフを見ると、Dirlik 法とレインフロー法の確率密度関数はほぼ一致した結果となることが分かった。

以上より Dirlik 法とレインフロー法による確率密度関

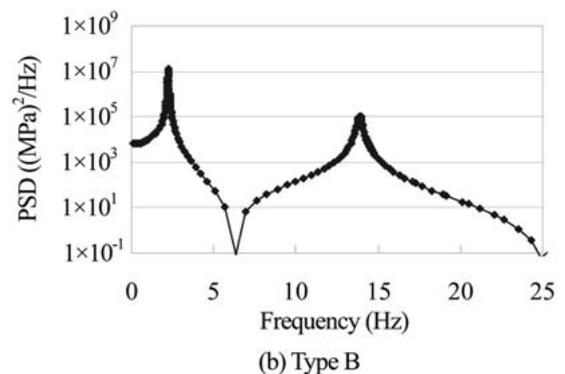
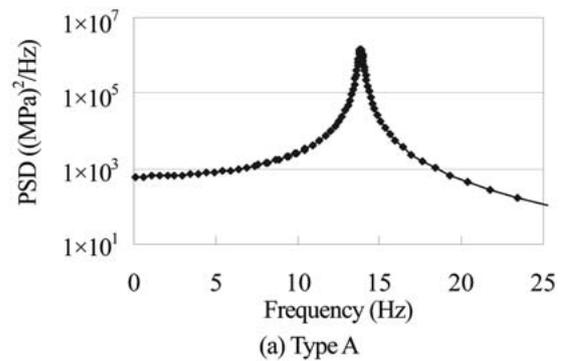


Fig. 2 Response PSD of Type A and type B.

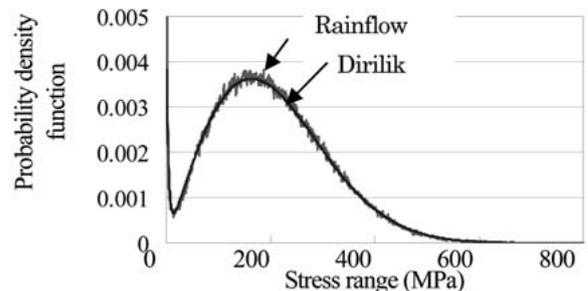


Fig. 3 Comparison of probability density function by Dirlik's method and rainflow method.

数を求めたので, これらを基に具体的な材料を想定し疲労寿命を予測する. Table 1は A5052-H34 と SS400 に Fig. 3 のような実働負荷を与えたときの Dirlik 寿命を T_d , レインフロー寿命を T_r とし, 両者の疲労寿命の比 T_d/T_r として示す. T_d/T_r が 1 になったとき, 両者の寿命が一致する. これらを比較すると, A5052-H34 の疲労寿命は Dirlik 寿命とレインフロー寿命がよく一致しているが, SS400 の疲労寿命は両者の予測に差があり, 材料の違いにより予測される疲労寿命に差が出来ることが分かった.

Fig. 4 は縦軸に T_d/T_r を, 縦軸に材料の S-N 線図の傾き係数 k を横軸に取ったグラフである. ここで A5052-H34 および SS400 の k , C は, それぞれ $k = 6.45$, $C = 1.68 \times 10^{19}$ および $k = 21.8$, $C = 2.06 \times 10^{65}$ であった.

これらの結果を見ると, 傾き係数 k が小さい領域ではレインフロー寿命と Dirlik 寿命はある程度の一致を示すが, k が大きくなるにつれ両者の値の差が大きくなっているのが分かる. このように, ほぼ一致する確率密度関数を用いても疲労寿命の比 T_d/T_r は k の値に依存して変化することが分かった. もちろん C の値の影響もあるが, この誤差の起因が後述の如く傾き k 値の影響に比べるとわずかとなるので, 無視した.

3・3 損傷値

傾き係数 k が Dirlik 寿命に与える影響を調べるために, Dirlik 法とレインフロー法における損傷値 D の分布を考える. Fig. 5 は Dirlik 法とレインフロー法により求められた応力と頻度が構造物に与える損傷値の分布を示している.

このグラフは横軸に応力レンジ, 縦軸に損傷値 D を示す. (a)~(d) は S-N 線図の傾き係数 k がそれぞれ 2, 10, 15, 20 の場合を示しており, それらが疲労損傷に与える影響を見ることが出来る. (a) のように傾き係数 k が小さい場合, Dirlik 法とレインフロー法による損傷値の分布はほぼ一致しているが, k の値が大きくなるにつれ両者の値のずれが大きくなるのが分かる. また, Dirlik 法の損傷値の分布を見ると, 損傷値のグラフの形は山型を

Table 1 Fatigue life of Dirlik's method and rainflow method.

| | T_d (sec) | T_r (sec) | T_d/T_r |
|-----------|--------------------|--------------------|-----------|
| A5052-H34 | 6.92×10^3 | 7.38×10^3 | 0.94 |
| SS400 | 1.16×10^5 | 1.90×10^5 | 0.61 |

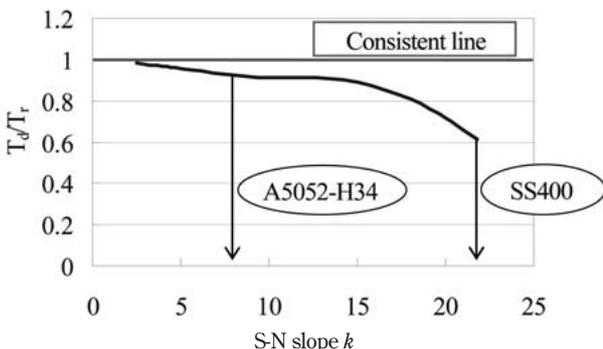


Fig. 4 Dependence of Dirlik's fatigue life T_d on S-N slope k .

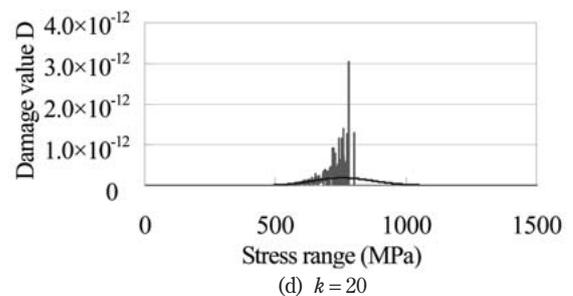
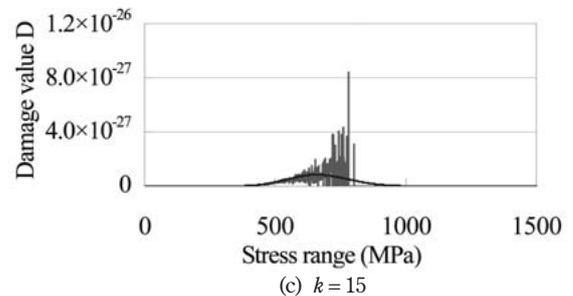
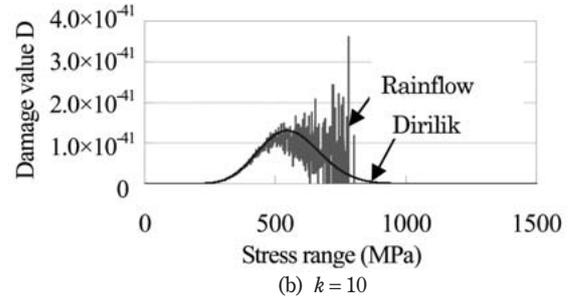
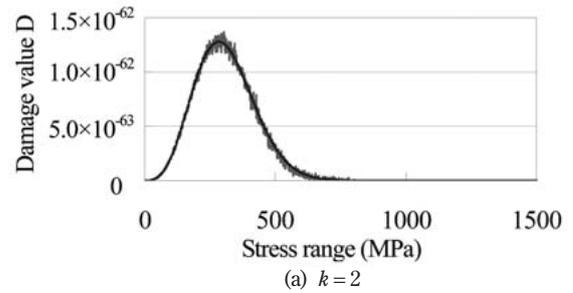


Fig. 5 Comparison of damage value calculated from Dirlik's method and rainflow method.

しており, k の値が大きくなるにつれ, グラフの形の変化なく損傷値の山が高い応力側に移動しているのがわかる. 一方レインフロー法の損傷値の分布も k が小さい値では山型の形を示しているが, k が大きくなると山が高い応力側に移動するとともに山型の形が崩れ, 最大応力付近で頭打ちとなることが分かる.

ここで注目すべきは, (c) と (d) においてレインフロー法では発生していない高い応力の範囲で Dirlik 法の損傷値が分布を示している点である. レインフロー解析を行った時間領域の波形は十分に長い場合, このような大きな応力は発生するはずがなく, Dirlik 法では本来発生していないはずの高い応力範囲が損傷を与えているという数学的な限界が生じている. Fig. 4 のように傾き係数 k が大きいときに Dirlik 法の疲労寿命が短く予測されるのは, 上記のように発生していないはずの応力範囲を考慮して

いるためであると仮定できる。このような予測が行われるのを防ぐためには、Dirlik 法における発生していないはずの高い応力範囲の分布を工学的に何らかの方法で排除する必要があると考える。同様な検討は、C の値の影響についても行ったが、 k 値の影響に比べて小さかったので、ここでは省略する。

3・4 棄却域を考慮した Dirlik 寿命

Fig. 6 に確率密度関数と S-N 線図の傾き係数 $k = 20$ のときの損傷値の分布を比較したグラフを示す。このグラフは 2 軸のグラフで、横軸に応力レンジを示しているのに対し、第 1 軸である左側の縦軸は確率密度関数を、第 2 軸である右側の縦軸は損傷値を示している。確率密度関数はその性質上無限に続く関数であり、応力レンジが大きくなるにつれ 0 に漸近する。そのため、本来発生するはずのない高い応力範囲においても、微小な発生確率を示してしまう。通常このような高い応力範囲の発生確率は無視できるほど小さいが、修正マイナー則を使用したときの傾き係数 k の値しだいでは、グラフのように微小な確率を示す領域に損傷値のピークが生じてしまう。その結果、損傷値を過大に評価してしまうので、安全側に偏った疲労寿命予測が行われる。このような現象を防ぐためには、確率密度関数が十分に小さい領域の応力は発生しそうな応力として棄却する棄却域を定める。棄却域をどのような範囲に定めるかは様々な方法があるが³⁾事例ごとの経験に基づいたものがほとんどであり、系統立てて論じられている例はない。しかし棄却域を定めるといことは実働荷重中に発生している最大応力を定めることと同義であり、これらは疲労寿命評価において非常に重要な意味を持つ。よって棄却域の決定方法は十分な検討が必要である。

Fig. 7 に Fig. 4 の Dirlik 寿命に対し、それぞれの棄却域を考慮した Dirlik 寿命のグラフを示す。棄却域の定め方は確率密度関数を十分に長く取り、応力の高い領域側から全体の何パーセントかを棄却する。グラフの青い太線は棄却域を考慮しない Dirlik 寿命、他の 3 本は確率密度関数全体からそれぞれ 1.0×10^{-4} 、 2.5×10^{-4} 、 5.0×10^{-4} パーセントを応力の高い領域から棄却した線を示す。

これらのグラフを見ると、棄却域を考慮したことにより、S-N 線図の傾き係数 k の値が小さい範囲では予測寿命に変化がないが、 k の値が大きくなると Dirlik 寿命の

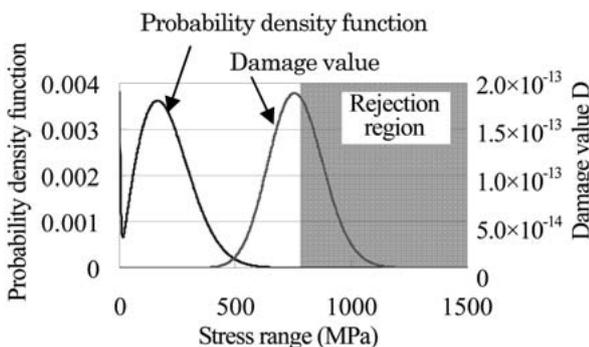


Fig. 6 Comparison of probability density function and damage value.

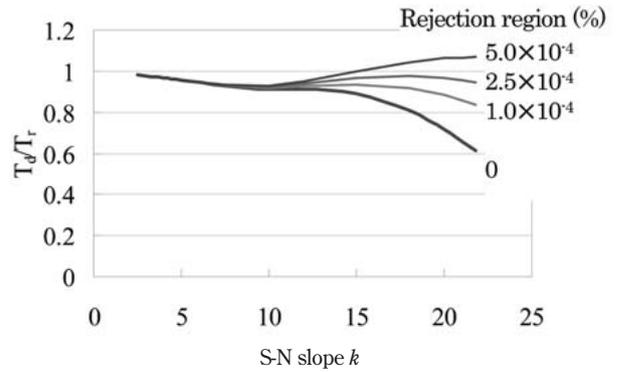


Fig. 7 Estimated Dirlik's fatigue life considering rejection region for Type A.

過剰な安全側の偏りが修正されているのが分かる。これらは確率密度関数において本来発生するはずがない高い応力の領域を棄却したことに起因する。ここで考えるべきことは、S-N 線図の傾き係数 k の値が大きくなると材料の破壊のばらつきがおおきくなり、疲労寿命予測が難しくなる点である。よって k の値が大きいときでも、ある程度安全側の予測が行われることが望ましい。以上を考慮すると、 2.5×10^{-4} パーセントの棄却域をとったとき、Dirlik 寿命が最もレインフロー寿命と一致した結果となることが分かった。

以上より Type A についての疲労寿命評価を行い、Dirlik 法の適用上の提案を行った。次に本手法が汎用性を持つかどうか検証するため、比較的広帯域のスペクトル波形である Type B の応答 PSD について疲労寿命評価を行う。

Fig. 8 に構造物に Type B のような実働負荷が生じたときの棄却域を考慮した Dirlik 寿命を示す。これらの結果は Fig. 7 と比べ k の値が小さいときに危険側に偏っているが、工学的には十分適用範囲内だと言え、Type A と同様に 2.5×10^{-4} パーセントの棄却域をとったときに、最も一致した結果を得ることが出来た。よって本手法を工業的に適用していく場合、通常使われる金属材料の範囲内ではほぼ一定な棄却領域の設定でほぼ満足できる予測ができる目途が立ち、この棄却領域は汎用的なデータベースとして使えると言える。

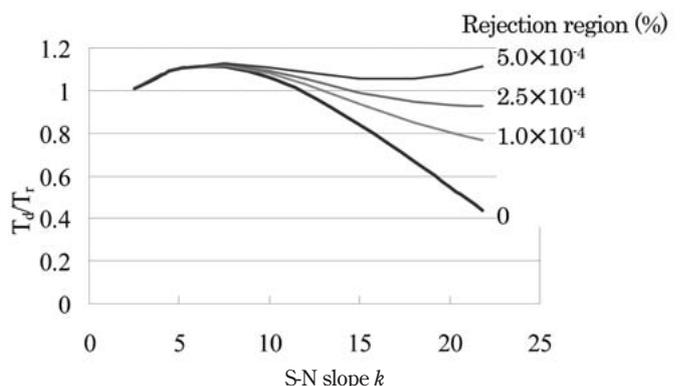


Fig. 8 Estimated Dirlik's fatigue life considering rejection region for Type B.

4 実働荷重下の疲労試験

棄却域を考慮した Dirlik 法が実際に適用可能であるか検証を行うため, 実働荷重下の疲労試験を行い, 疲労寿命予測結果との比較を行った. 供試材は Fig. 9 のような寸法を持つ SS400 を使用し, 機械的性質を Table 2 に示す.

以上の供試材で実働荷重下の疲労試験を行う. 使用した試験機は, Fig. 10 に示す, 容量 200kN の電気式油圧制御疲労試験機を用いた. 実働荷重は Type B の応答 PSD を十分に長い時間軸領域波形に変換したものを使用する, その波形の一部を Fig. 11 に示す.

実験結果を Fig. 12 に示す. このグラフは縦軸には実働荷重の大きさを表すパラメータとして負荷波形の実効値で示し, 横軸に疲労寿命を時間で示す. また, 2.5×10^{-4} パーセントの棄却域を考慮した Dirlik 寿命とレインフロー寿命との比較も行う. これらの結果を見ると 2.5×10^{-4} パーセントの棄却域を考慮した Dirlik 法はレインフロー法とよく一致した結果となっている. また実験結果に関しては, 供試材である SS400 の S-N 線図の傾き係数

Table 2 Mechanical properties of specimen.

| Yield stress (MPa) | U.T.S. ¹⁾ (MPa) | T.E. ²⁾ (%) |
|--------------------|----------------------------|------------------------|
| 315 | 473 | 30 |

- 1) Ultimate tensile strength
- 2) Total elongation

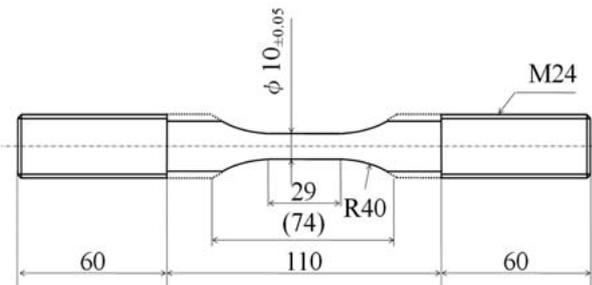


Fig. 9 Dimension of specimen.

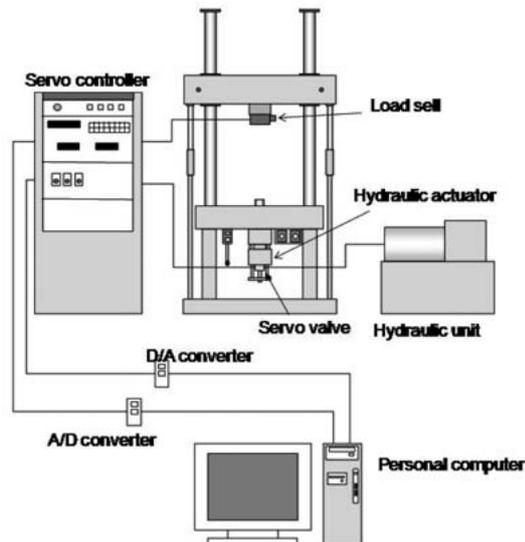


Fig. 10 Schematic view of fatigue test apparatus.

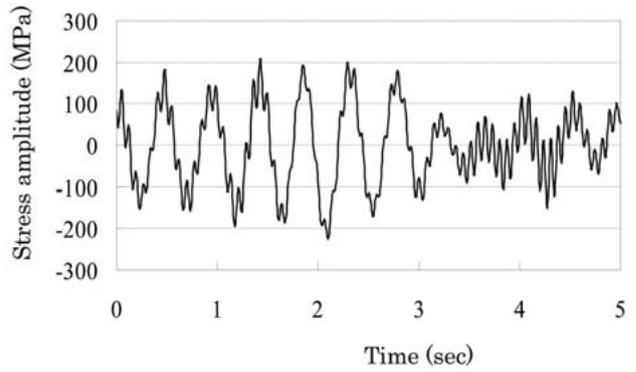


Fig. 11 Loading wave used for fatigue test.

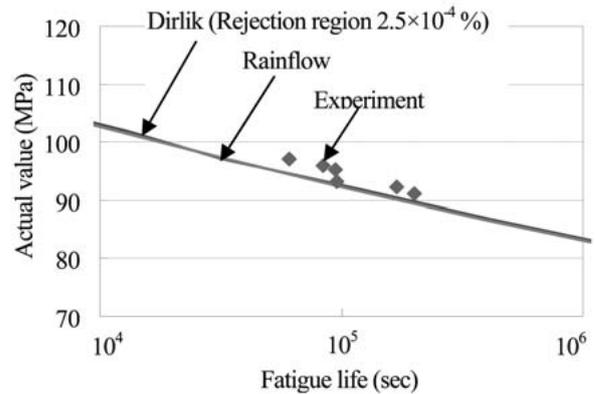


Fig. 12 Comparison of experiment result and prediction.

k の値が 21.8 と比較的大きな数値であることから疲労寿命のばらつきが大きい, 予測結果とある程度的一致を示していることが分かる.

以上より 2.5×10^{-4} パーセントの棄却域を考慮した Dirlik 寿命は実験結果やレインフロー寿命とよく一致した結果となり, 本手法が実際の疲労寿命予測に適用可能であることが分かった.

5 結 言

以下に本研究で得られた結論を示す.

- (1) Dirlik 法とレインフロー法の比較を行った結果, 両者の比は S-N 線図の傾き係数 k の値に大きく依存することが分かった.
- (2) 2.5×10^{-4} パーセントの棄却域を考慮することで Dirlik 寿命をレインフロー寿命に近づけることが出来た.
- (3) 疲労試験結果と予測結果を比較することで本手法が実際の疲労寿命予測に適用可能であることが分かった.

参 考 文 献

- 1) NWM Bishop and F. Sherratt, "Finite Element Based Fatigue Calculations", pp.93-113 (2000) NAFEMS Ltd..
- 2) D. Benasciutti and R. Tovo, "Comparison of Spectral Methods for Fatigue Analysis in Broad-band Gaussian Random Processes", Department of Engineering, University of Ferrara, Italy (2005).
- 3) S. Okajima, S. Sakai, S. Izumi, A. Iwasaki and N. Kasahara, "Fatigue Damage Evaluation for Thermal String Phenomena Using Analytical Spectrum Method", ASME, PVP2005-71682, (2005).