「材料」(Journal of the Society of Materials Science, Japan), Vol. 57, No. 12, pp. 1232-1235, Dec. 2008
論　　文

切欠き底からの傾斜疲労き裂の伝ぱ機構†

伊　原　千　秋*　田　中　武　之**

Inclined Fatigue Crack Growth Mechanism from Notch

by

Chiaki IHARA* and Takeyuki TANAKA**

Recently the relation between the fatigue crack propagation and slip behavior around the crack tip has been researched by means of an Atomic Force Microscope (AFM). In the previous paper, we explained Mode I fatigue crack propagation using a stochastic damage accumulation model for crack propagation based the observation results by AFM. In this paper, the inclined fatigue crack growth process from the notch is analyzed by the use of the method introduced in above model. As the result, the following were found. (1) The inclined crack grows in mixed mode of Mode I and II by continued destruction owing to the equal release rate g. (2) When the crack changes its direction, it continues to propagate in mode I, because ΔK_{eff} in mode I obtained from above g is beyond $\Delta K_{\mathrm{eff\,th}}$.

Key words : Inclined fatigue crack, Mixed mode of Mode I and II crack growth, Mode I fatigue crack propagation, AFM image

1　緒　　論

最近，原子間力顕微鏡 (AFM) を用いて，疲労き裂先端近傍の材料表面を観察し，き裂先端近傍のすべり変形と疲労き裂の伝ば挙動との関係を明らかにしようとする試みが行われ，他では得がたい結果が得られている．その一つに菅田ら[1]による成果が挙げられる．彼らは一方向性ケイ素鋼板を用いて，mode Ⅰで伝ぱする疲労き裂先端近傍の1サイクル中の様子を AFM で観察し，き裂先端付近で作動するすべりとき裂伝ぱ挙動との関係を考察した．これらの結果は，われわれが以前から mode Ⅰき裂伝ぱ機構を説明するために提案していた確率論的損傷累積モデルの物理的な肉付けに大きな役割を果たし，数理的モデルに過ぎなかった損傷累積モデルに明確な物理的な意味を与えることができた.[2]そしてその結果，(1) 伝ぱ速度が ΔK_{eff} のべきに比例するとか，(2) ΔK_{eff} には $\Delta K_{\mathrm{eff\,th}}$ が存在する等の実験事実をわれわれのモデルによって説明することが可能になった．

今一つの試みとして，元屋敷ら[3]によるものがある．それは上と同じく一方向性ケイ素鋼板を用いた傾斜疲労き裂の伝ぱに関して観察されたものである．比較的高い K 値領域において，切欠き底から発生したき裂は最終的には荷重軸に垂直な方向に mode Ⅰで伝ぱするが，発生直後はき裂先端に作動する非対称的なすべりのために，mode Ⅰと mode Ⅱの混合モードで傾斜して進む．元屋敷らはこの傾斜疲労き裂の場合のき裂先端附近のすべりとき裂伝ぱの関係を詳細に観察し，後述するような興味ある結果を得た．そこでわれわれはこれに基づいて上述の mode Ⅰ伝ぱの解析方法を拡張して，傾斜き裂の伝ぱに物理的な説明を与えることを試みた．

以下では，先ず前論文[2]で示した mode Ⅰでの伝ぱ機構の解析について述べ，ついでその解析法と同じ原理に基づいて，傾斜き裂の伝ぱについての説明が可能であることを示す．

2　mode Ⅰでのき裂伝ぱ

ここでは，先ず前論文で示した mode Ⅰ疲労き裂伝ぱの解析について述べる．負荷過程を4過程[1], [2], [3], [4]に分ける．実際のき裂伝ぱは第4過程[4]で起る．第4過程の始点④では実際にき裂が $\langle X\rangle$ だけ進むに要するエネルギ $g\langle X\rangle$ がマクロ的に与えられ，それがき裂先端の領域 D（面積 $2w^2$）内に空孔型転位双極子の集まりとして $2w^2U$ のエネルギがミクロ的に蓄えられることになる．(Fig. 1 (a))

$$g\langle X\rangle = 2w^2U \tag{1}$$

ここで，g はエネルギ解放率，U はき裂発生時に D 内に累積する転位双極子の単位体積当たりのエネルギで，

$$U = Gb^2e^{-1}\rho_U \tag{2}$$

とかかれる．G は剛性率，b はバーガースベクトル，ρ_U はき裂発生時の転位双極子密度である．このエネルギ $2w^2U$ をになった転位双極子群が以下に示すように多数の micro き裂を発生させ，それが macro き裂につながるのである．

このモデルでは，1回に伝ぱするき裂長さは $\langle X\rangle$ であるから，過程[4]では D 内にある転位双極子 $2w^2\rho_U$ がき裂先端から $\langle X\rangle$ の距離で上下のすべり線上に並ぶ．(Fig. 1 (b)) すべり線の数は上下それぞれ $\langle X\rangle/d_0$ である．したがって，一つのすべり線に並ぶ転位双極子の数は，$w^2\rho_U/\langle X\rangle/d_0$ すなわち，一つのすべり線上の転位の数 m は

†　原稿受理　平成19年12月20日　Received Dec. 20, 2007 ©2008 The Society of Materials Science, Japan
＊　正会員　京都大学名誉教授　〒606-8335　京都市左京区岡崎天王町，Prof. Emeritus of Kyoto Univ., Sakyo-ku, Kyoto, 606-8335
＊＊　正会員　福井県立大学学術教養センター　〒910-1195　福井県吉田郡永平寺町，Center for arts and sciences, Fukui Prefectural Univ., Yoshida-gun, Fukui, 910-1195

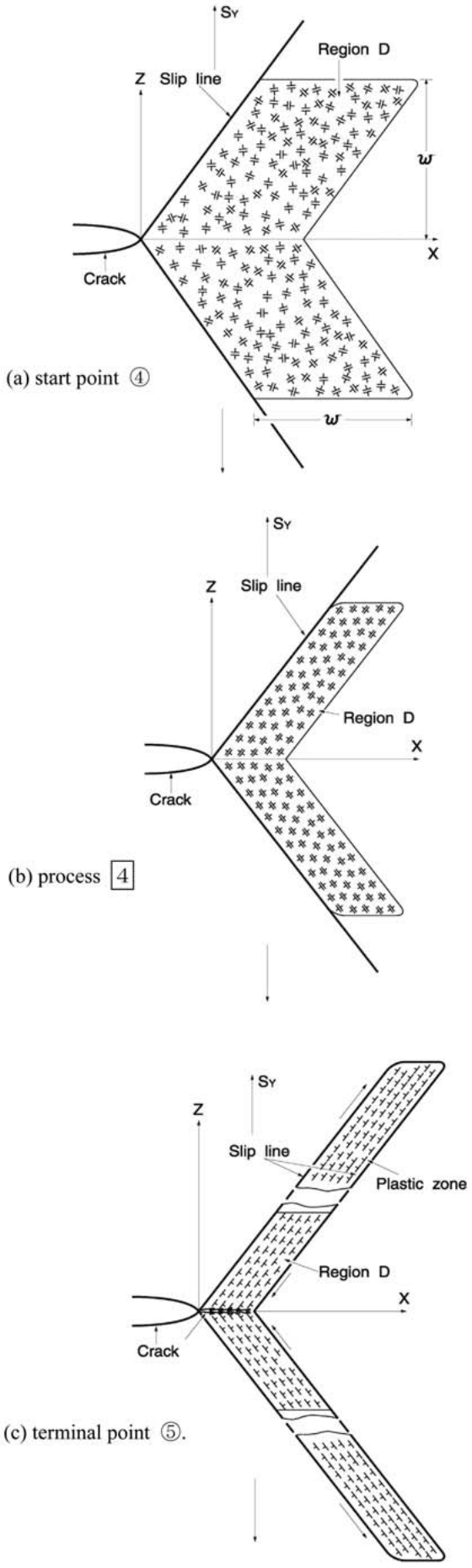


Fig. 1 Our model for the fatigue crack propagation process.

$$m = \frac{1}{2}\frac{w^2\rho_U}{2\langle X\rangle/d_0} \tag{3}$$

最終点⑤になると，Fig. 1 (c)に示すように，転位にすべりが生じ，(1)き裂伝ぱと反対方向にすべり線上を移動する転位は上下の交差点で Cottrell の不動転位を形成し，き裂前方に d_0 (= 1.3×10^{-9}m) のへき開き裂が多数生じ，同時に(2)き裂の伝ぱ方向に動く転位は

$$\frac{S_Y/2}{G} \times w_p = md_0 \tag{4}$$

にしたがって，長さ w_p（き裂先端の塑性域）のすべり帯上を領域 D の外側にすべり，発生したき裂を開口させる．

へき開き裂の発生については，Cottrell にしたがって長さ d_0 のき裂発生エネルギ W_1 を求めると，長さ $\langle X\rangle$ のき裂を発生させるエネルギ $w_1/d_0 \cdot \langle X\rangle$ が長さ $\langle X\rangle$ のき裂を進展させるエネルギに等しいという条件

$$\frac{W_1}{d_0}\langle X\rangle = g\langle X\rangle \tag{5}$$

から，

$$g = \frac{0.73\Delta K_{\mathrm{eff}}^2}{E} \tag{6}$$

を用いて

$$\Delta K_{\mathrm{eff\ th}} = 1.64 \times 10^{-5} E \tag{7}$$

という実験公式が理論的に求められる（E は弾性率）．

ここで一つ注意すべきことがある．それはこの節でのべたき裂伝ぱモデルは，数理的モデルに物理的な意味を付けるために，次のような拡張を行ったことである．われわれが提案した最初のモデルでは，“き裂先端の領域 D 内の少なくとも 1 つの要素に蓄積された損傷が許容限度 U を越えたとき（必要条件），その要素が破壊され，き裂がその要素まで進む”としたが，物理的に考えると，“D 内のすべての要素に U が蓄積されたとき（必要十分条件），き裂が進む”とした方が自然である．このように条件を拡大したことが，転位を用いた物理的意味付けを容易にし，それが次節の説明に有用になったのである．

3 傾斜疲労き裂伝ぱの解析

ここでは，前節で述べた mode I での手法を用いて，傾斜した疲労き裂の伝ぱを解析する．

元屋敷ら[3]の AFM を用いたき裂先端近傍の解析によると，次のようなことが明らかになった．ただし，用いられた材料は平均粒径 2 ～ 5mm の一方向性 3% ケイ素鋼板で，その化学成分，機械的性質はそれぞれ Table 1, Table 2 に示される．

観察開始後 6 サイクル目の最小荷重時におけるき裂先端近傍の AFM 画像の概念図は Fig. 2 のようである．この図から，き裂先端から荷重軸垂直方向に対して上下にある角度をもってすべりが作動しているが，下側のすべりは荷重軸垂直方向に対して–45° であるが，上側のすべりは 45° ～ 60° 方向に変化している．また，き裂の伝ぱ

Table 1 Chemical coposition of material used. (mass%)

C	Si	Mn	P	S	Al	O	N
0.0013	2.96	0.07	0.008	0.0009	<0.001	0.0017	0.0011

Table 2 Mechanical properties of material used.
(perpendicular to rolling direction)

Yield Stress S_Y (MPa)	Tensile strength S_B (MPa)	Elongation δ (%)
322.6	330.5	18.5

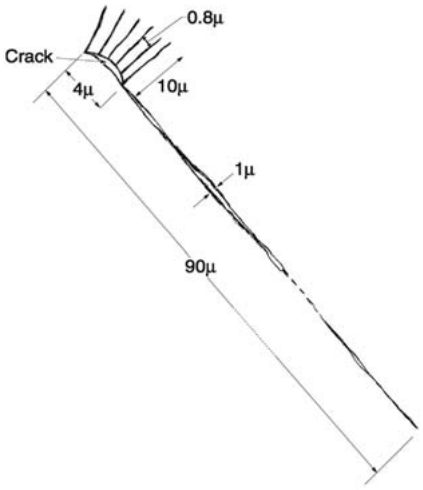


Fig. 2 AFM image at minimum load of 6th cycle.

方向も微視的には変わりながら，この時点では下側のすべりにほぼ沿って伝ぱしている．

また，上のすべりは10μ程度であるが，下側のすべりは90μ以上に達している．また，図中に示すように，1サイクル目の最小荷重時から，6サイクル目のそれまでの5サイクルの間に，上のすべりは約4μmにわたって移動していたのに対して（上のすべりは1サイクルあたり0.8μm），下のすべりの移動は1μmの範囲に集中していた．

以上のような観察結果にmode Iの解析方法を適用する．その場合，まず注意すべき点は，mode Iの場合き裂は荷重軸に対して，垂直方向に進むので，き裂先端領域Dはき裂の上側，下側で大きさも形も等しいとした．これは外部から与えられたエネルギが，き裂の上側，下側に等分配されると考えることと等価である．いま傾斜き裂の場合，き裂は荷重軸垂直方向に対して，–30° 方向として，エネルギはき裂の上側下側に等分配されると考えると，領域Dは上下で形は等しくないが，大きさ（面積）は等しいと考えるのが妥当である．したがって以下のように議論してゆく．

まずmode Iの過程に対応して考えると，1サイクル目の終点ではFig. 1 (c)に相当してFig. 3が得られる．この場合，き裂は荷重軸垂直方向に対して–30° 方向に発生すると考えているから，き裂の先端領域は上下2つの部分に分けられ，上側の部分 (u) は，$\langle X\rangle = 8\times10^{-7}$m，$w_p(u) = 1\times10^{-5}$mの長方形，下側の部分 ($l$) は幅$2\times10^{-7}$m ($= 8\times10^{-7}\sin15°$m)，$w_p(l) = 4\times10^{-5}$mの平行四辺形で，形は異なるが面積は等しいとしている．この場合，$\langle X\rangle$，$w_p(u)$ は観察結果から求め，下側の幅および$w_p(l)$は計算により求めた．

1サイクル目の終点でのき裂先端の塑性域をFig. 3のようにとると，6サイクル目にはFig. 2のAFM画像が

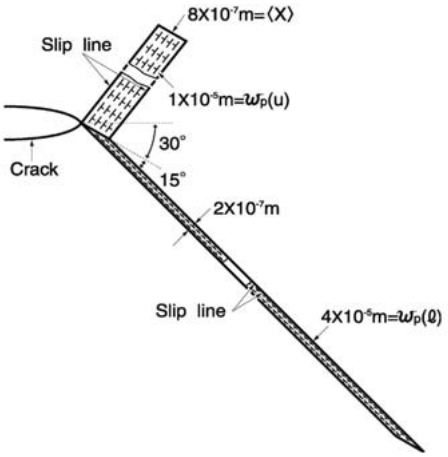


Fig. 3 Inclined crack propagation process.
(terminal point ⑤)

再現できるが，それは次の通りである．この場合上下のすべり帯は境界面が開口して，下の塑性域の長さ方向，すなわち–45° (–15°–30°) 方向にすべる．元屋敷の観測[3]によると，上のすべり帯はすべりの往復に際して同じ量だけ移動するが，下のすべり帯では復のすべり量は往のすべり量のほぼ1/2であることが明らかにされており，またつぎのすべりに際しては右となりのすべり帯がやはり往1に対して復1/2となるので，6サイクル目にはそれまでの5サイクルの間に，(1)すべり帯の長さは $(4\times10^{-5}\text{m})\div2\times5 = 10^{-4}\text{m} = 100\mu$ となり，これは略90μ以上に近く，(2)すべり帯の幅は $(2\times10^{-7}\text{m})\times5 = 10^{-6}\text{m} = 1\mu$ となり，き裂はmode IとIIの混合でほぼ–45° 方向に進むと考えてよい．

次にき裂発生について述べる．Stroh[4]が議論しているように，粒界で動きが阻止された転位による応力集中で，へき開き裂の発生が可能である．Fig. 3の場合，き裂先端領域の上側 (u) に含まれる転位双極子の列のうち，き裂進行方向と反対の方向にすべり線上を移動する転位は，下側 (l) 領域内の転位列に運動が阻止され，集積する．これら集積転位の応力集中により，先端領域の上側の部分を下側の部分の境界に長さ$\langle X\rangle$のき裂が発生するために必要なエネルギは，Strohにより，

$$\frac{W_2}{d_0}\langle X\rangle = -\frac{9}{2}\frac{(1-\nu)(S_Y/2)^2 w_P(u)/2\langle X\rangle}{\pi G} + 2\langle X\rangle\gamma_s \quad (8)$$

とかかれる．外部から与えられたエネルギ$g\langle X\rangle$がこのエネルギ$W_2/d_0\cdot\langle X\rangle$より大きい場合，き裂が発生するわけである．ここに$\gamma_s$は表面エネルギである．

次に，この場合の$g\langle X\rangle$を求める．そのためmode IのFig. 1 (a)始点④に対応する傾斜き裂の場合としてFig. 4を考える．もちろん，Fig. 1 (b)に対応する過程④も考慮に入れて，き裂先端の領域Dのき裂の上側の部分の面積w_u^{**}および下側の部分の面積w_l^{**}を求める．

(1) 上側

式 (4)で$G = 8.08\times10^4$MPa，$d_0 = 1.3\times10^{-9}$m，$w_P(u) = 1\times10^{-5}$mとして，$m_u = 15.4$が得られる．次に，この値を式 (3)に入れると，$\rho_U = 4.51\times10^{16}\text{m}^{-2}$,[2]$\langle X\rangle = 8\times10^{-7}$mとして，$w_u^{**} = 4.2\times10^{-13}\text{m}^2$が得られる．

(2)　下側

式 (4)で $w_P(l)=4\times10^{-5}$m とすると，$m_l=61.6$，これを式 (3)に代入すると，$w_l^{**}=4.2\times10^{-13}$m^2 が得られる．

そこで，式 (2)より得られる $U=8.7\times10^{7}$J/m^3 ($b=2.5\times10^{-10}$m) を用いると，式 (1)から

$$g\langle X\rangle=\left(w_u^{**}+w_l^{**}\right)U=7.31\times10^{-5}\ \mathrm{J/m} \tag{9}$$

式 (8)で $\gamma_s=2$J/m^2，$\nu=0.3$ とすると，

$$\frac{W_2}{d_0}\langle X\rangle=1.91\times10^{-6}\ \mathrm{J/m} \tag{10}$$

式 (9)，(10)から，この場合，外部から与えられたエネルギ $g\langle X\rangle$ が，長さ $\langle X\rangle$ のき裂発生に必要なエネルギより大きいので，き裂が発生することになる．

ところで，mode I ではサイクル数が増加するとともに w_P したがって g は大きくなるが，傾斜き裂の場合は Fig. 2 からわかるように，き裂の上側で w_P はサイクル数によらず一定．したがって，g も一定，すなわち各サイクルで上述と同じ型のき裂伝ぱが繰り返しおこることがわかる．その場合き裂の上側は主として mode I，下側は主として mode II の破壊に寄与するため，き裂全体としては mode I, mode II の混合モードで伝ぱするが，この場合，混合モードでの g は式 (9)の $g\langle X\rangle=7.31\times10^{-5}$J/m と $\langle X\rangle=8\times10^{-7}$m を用いて

$$g=91.35\ \mathrm{J/m^2} \tag{11}$$

となる．この g はエネルギであるから，mode I の場合の g とも考えることができる．

そこでき裂がそのまま斜めに結晶粒程度進んだところで，伝ぱ方向がしだいに引張軸に垂直方向に変わったとき，式 (6)

$$g=\frac{0.73\times\Delta K_{\mathrm{eff}}^2}{E}$$
$$E=2.1\times10^{5}\ \mathrm{MPa}$$

を用いて，式 (11)に対応する mode I の ΔK_{eff} は

$$\Delta K_{\mathrm{eff}}=5.13\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}} \tag{12}$$

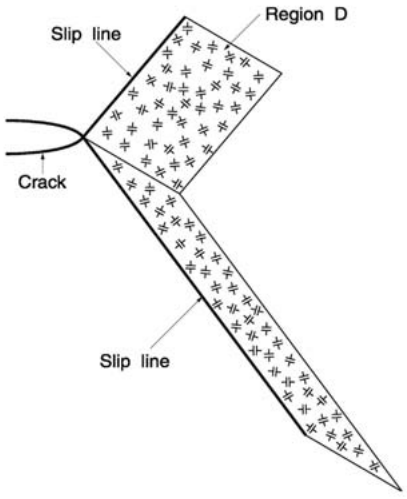


Fig. 4　Crack propagation process for inclined crack. (start point)

となる．すなわち，傾斜き裂が方向を変えて，mode I 伝ぱをする場合の ΔK_{eff} が式 (12)ということになる．

ところが，式 (7)より

$$\Delta K_{\mathrm{eff\,th}}=1.64\times10^{-5}E=3.44\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}} \tag{13}$$

したがって，この場合，伝ぱ方向が引張軸に垂直方向に変わったき裂の ΔK_{eff} は $\Delta K_{\mathrm{eff\ th}}$ より大きく，そのため，き裂は停留することなく，mode I の伝ぱをはじめることになる．

4　結　　論

mode I で伝ぱする疲労き裂の伝ぱ機構を説明するために，提案された確率論的損傷累積モデル（数理モデル）に，明確な物理的意味を付加した前論文での解析方法が，切欠き底からの傾斜疲労き裂の伝ぱの説明に適用された．以下のような順序で考えることによって，元屋敷らの観察結果を矛盾なく説明することができた．

(1)　傾斜き裂の伝ぱ過程を mode I き裂の伝ぱ過程の順序に対応させて考え，AFM で明らかにされた観察結果を mode I の 1 サイクルの終点に対応させた．そして，その場合のき裂発生の可能性を求めた．

(2)　両者の伝ぱ過程を，共に逆にたどって，mode I 過程の始点に対応する傾斜き裂の始点の $(w_u^{**}+w_l^{**})U$ から $g\langle X\rangle$ を求め，これを用いて，この場合のき裂発生の可能性をたしかめた．

(3)　傾斜き裂は各サイクルで，$g\langle X\rangle$ が変わらず，同じ型のき裂破壊が起ることによって，き裂が伝ぱする．

(4)　傾斜き裂の発生に際してき裂の上側は主として mode I 型，下側は主として mode II 型の破壊に寄与するため，き裂は全体として mode I と mode II の混合モードで伝ぱすることになる．

(5)　傾斜き裂が方向を変えて，mode I 伝ぱに移行した時，g から求めた ΔK_{eff} が $\Delta K_{\mathrm{eff\ th}}$ より大きくなるため，傾斜き裂が mode I 伝ぱをはじめることがわかった．

参　考　文　献

1）A. Sugeta, Y. Uematsu, K. Tanimoto, K. Ueminami, A. Hashimoto and M. Jono, “AFM observation of slip deformation near Mode I fatigue crack tip and quantitative analysis using image processing technique”, Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, series A, Vol.66, No.646, pp.83-90 (2000).

2）C. Ihara and T. Tanaka, “Mode I fatigue crack propagation mechanism based on stochastic accumulation model”, Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, series A, Vol.69, No.687, pp.32-38 (2003).

3）Y. Motoyashiki, A. Sugeta, Y. Uematsu and M. Jono, “Study on inclined fatigue crack growth mechanism by atomic force microscopy”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.53, No.6, pp.627-632 (2004).

4）A. N. Stroh, “A theory of the fracture of metals”, Advance in Physics, Vol.6, pp.418-465 (1957).